四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

御製數理精蘊卷五 六

詳校官欽天監靈臺郎臣㝡廷幹

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣官成

御製數理精蘊下編卷五

線部三

按數加減比例

遞加遞減差分　起位加減差分

互和折半差分　首尾互準差分

按數加減比例

差分之內又有按數遞加遞減或互和折半者皆為相當比例其法有四一曰遞加遞減差分葢所加所減之中遞次數目皆同者也一曰超位加減差分乃加減之中彼此分數不同者也一曰互和折半差分葢立法以首尾二數之較互和折半以求中數而遞加遞減者也一曰首尾互準差分乃以前幾分之數與後幾分之數互相比較或以前幾分與後幾分定為同數以立準則然後立衰數以求之者也然超位

加減即遞加遞減之一類也首尾互準又為互和折半之變體也

遞加者其數自少而多以漸而加也遞減者其數自多而少以漸而減也加減之數遞次皆同故以遞次名之法中有三色者以總法比總實即得中一數凡單位者俱按此例如五色七色九色之類是也有四色者以總法比總實得中二數相和折半之數凡雙位者皆按此例如六色八色十色之類是也既得中數按定數加減則各色之數可得矣

超位加減者加減之中遞次分數不同即如三人分銀若干一得三分一得五分一得八分而彼此分數之比例不同又如三人買物第一人比第二人多出二倍第二人比第三人又多出一倍而加倍之比例不同故謂之超位加減然立衰分求之與遞次加減無異故次於遞次加減之後

互和折半者亦如遞次加減之理但用法微異遞次加減知總物數知總人數併知遞加遞減之數以求各數互和折半則亦知總物數總人數但知首一人

比末一人之較數而求遞加遞減之數以得各數是以三色者第一數第三數相和折半即第二數四色者第一數第四數相和折半即第二數第三數之中數既得中數按較數之分加減之即得遞加之數五色六色以至多位者止分奇偶立法總以三四為例俱可以相和折半而得故名之曰互和折半也

首尾互準者即互和折半之變體葢互和折半知總物數知總人數又知首一人比末一人之較數因此較數而得各人分數首尾互準則不知總物數但知

總人數與首尾二人各分數或但知首尾幾位共分數由此互相準折而得各項分數與總數要之但以互和折半之法逆推之而即得故次於互和折半之後焉

遞加遞減差分

設如有金六十兩令甲乙丙三人依次遞加五兩分之問各得幾何

法以三人為一率金六十兩為二率一人為三率推得四率二十兩即乙應得

之數自乙數加五兩得二十五兩即丙應得之數自乙數減五兩得十五兩即甲應得之數也此法因甲丙二人所得較之乙所得加減之數皆同故以總三人與總六十兩之比即若中一人與中一分二十兩之比也

一率　三人
二率　六十兩
三率　一人
四率　二十兩

設如有鉛三百五十斤欲作四球依次遞加二十五斤問每球重數若干

法以四球為一率鉛三百五十斤為二

一率　四球
二率　三百五十觔
三率　一球
四率　八十七觔半

率一球為三率推得四率八十七斤半即第二球第三球相和折半之數乃以遞加二十五斤折半得十二斤半與八十七斤半相加得一百斤即第三球之重與八十七斤半相減餘七十五斤即第二球之重於第三球重數內再加二十五斤得一百二十五斤即第四球之重於第二球重數內再減二十五斤餘五十斤即第一球之重也此法比例所

得八十七斤半較之第二球多十二斤半較之第三球則少十二斤半故為二球相和折半之數以遞加二十五斤之數折半加減之即得中二球之重再以二十五斤加減之即得第一與第四球之重也

一率　四球
二率　三百五十觔
三率　一球
四率　八十七觔半

設如有金七十五斤分與公侯伯子男五等自男以上遞加五斤問各該幾何

法以五人為一率金七十五斤為二率

一人爲三率推得四率十五斤即伯所得之數自伯十五斤而上加五斤得二十斤即侯所得之數再加五斤得二十五斤即公所得之數自伯十五斤而下減五斤餘十斤即子所得之數再減五斤餘五斤即男所得之數也

一率	五人
二率	七十五觔
三率	一人
四率	一十五觔

設如有俸糧三百零五石令五等官依品級遞減十三石給之問各得若干

法以五分爲一率（即五等官五分也）糧三百零

五石為二率一分為三率推得四率六十一石即三等官俸自六十一石遞加十三石得二等七十四石一等八十七石自六十一石遞減十三石得四等四十八石五等三十五石也

一率 五分
二率 三百零五石
三率 一分
四率 六十一石

設如有銀九百九十六錠分給八人自末名以上依次遞加十七錠問首末兩人各該幾何

法以八人為一率銀九百九十六錠為二率一人為三率推得四率一百二十

一率　八人
二率　九百九十六錠
三率　一人
四率　一百二十四錠半

四錠半為第四人第五人相和折半之數乃以遞加十七錠折半得八錠半與一百二十四錠半相加得一百三十三錠即第四人應得之數再以十七錠遞加三次得一百八十四錠即第一人應得之數以八錠半與一百二十四錠半相減餘一百一十六錠即第五人應得之數再以十七錠遞減三次餘六十五錠即第八人應得之數也

設如一人有九子不明說出各人歲數但云共有二百零七歲自長至少皆遞差三歲問各歲幾何

一率	九分
二率	二百零七歲
三率	一分
四率	二十三歲

法以九分為一率即以九子為九分也二百零七歲為二率一分為三率推得四率二十三歲即第五子之年自二十三歲遞加三歲得四子二十六歲三子二十九歲二子三十二歲長子三十五歲自二十三歲遞減三歲得六子二十歲七子十七歲八子十四歲九子十一歲也

設如有敘功之二十人其末一人賞銀一百兩以上遞加三十兩問第一人賞銀幾何共賞銀幾何

一率	一分
二率	三十兩
三率	十九分
四率	五百七十兩

法以一分為一率遞加三十兩為二率十九分為三率推得四率五百七十兩即第一人比末一人共多之數於此數內加入末名之一百兩共六百七十兩即第一人應得之數以第一人所得之數與末一人所得之數併之共七百七十兩復以二十人乘之得一萬五千四

一率　一分
二率　三十兩
三率　十九分
四率　五百七十兩

百兩折半得七千七百兩即二十人共得之銀數也此法蓋以第一人比第二十人共多十九個三十兩故以一分與遞加之三十兩相比即如十九分與第一人共多於第二十人之五百七十兩相比也既得十九分共多之數再加入末一人之一百兩即得第一人應得之數矣又首末二數相併以人數二十乘之折半得共銀數者蓋以遞加之數彼

此均同首一人得數至多末一人得數
至少首末二人之數相併折半即為中
數以中數乘人數而得共數今首末二
人之數相併而末折半即用人數乘之
故所得之數為應得共數之加倍數是
以半之而始得共銀數也

設如有牛四十區但云第一區是三十頭餘遞加二
十頭問第四十區該幾何總數幾何

法以一分為一率遞加二十頭為二率

一率　一分
二率　二十
三率　三十九分
四率　七百八十

三十九分為三率推得四率七百八十加入第一區之三十共八百一十頭即第四十區之數以首末二區數相併共八百四十頭用四十區乘之得三萬三千六百頭折半得一萬六千八百頭即四十區之總數也此法第二區比第一區加二十由此遞加則第四十區比第一區共多三十九個二十故以一分與二十頭相比即如三十九分與第四十

區共多於第一區之七百八十頭相比也再加入第一區之三十頭即第四十區之數繼而併首末兩數以總區數四十乘之折半即得共數也

設如有人一百名第一人賞銀一百兩以下遞減五錢問共該銀幾何

法以一分為一率遞減五錢為二率九十九分為三率推得四率四十九兩五錢即第一名多於第一百名之數於一

一率　一分
二率　五錢
三率　九十九分
四率　四十九兩五錢

一率　一分

二率　五錢

三率　九十九分

四率　四十九兩五錢

百兩內減之餘五十兩零五錢即第一百名應賞之數又與第一名賞銀相併得一百五十兩零五錢以一百名乘之得一萬五千零五十兩折半得七千五百二十五兩即共賞銀數也蓋賞銀遞減五錢則第一名比第一百名多九十九個五錢故以一分與五錢相比即如九十九分與第一名總多於第一百名之數相比也爰以首尾兩數相併以名

數一百乘之折半而得總銀數也

設如一人染絹初日染八尺日加一尺加至六十尺止問日與絹各幾何

法以初日之八尺與末日之六十尺相加得六十八尺為首尾兩日共染之絹數又看八尺以前遞減至一尺有幾分今有七分即為七尺乃於末日之六十尺減去七尺餘五十三尺即為共日五十三日乃以二日為一率六十八尺為

一率 二日
二率 六十八尺
三率 五十三日
四率 一千八百零二尺

一率　二日
二率　六十六尺
三率　五十三日
四率　一千八百零二尺

二率五十三日為三率推得四率一千八百零二尺即五十三日共染之絹數也此法以二日為一率者取其首末相合之共日為準也以初日末日之尺數相併為二率者取其首末尺數相合與首末兩日為比也以八尺遞減至一尺而得日數為三率者蓋以初日之八尺上數至一尺得數必為七分即為七尺理與一面尖堆法同而今有之末日六十尺內減

去七尺餘五十三尺即為五十三日故二日與首末相合之尺數相比即如共日五十三日與共絹之尺數相比也

設如一人行路日增六里共行三百二十里但知初末兩日所行共一百六十里問共行幾日及初日末日各行幾里

一率	八十里
二率	一日
三率	三百二十里
四率	四日

法以初末兩日行數一百六十里折半得八十里乃共日之中數為一率一日為二率共行三百二十里為三率推得

一率　八十里
二率　一日
三率　三百二十里
四率　四日

四率四日即共行日數也又以日增六里折半得三里與六里相併得九里加於中數八十里得八十九里即第四日所行之數減於中數八十里餘七十一里即第一日所行之數也此法以第四日第一日行數相併折半者為得四日之中數既得四日之中數與一日之比即如共數與四日之比也又以日增之數折半而與日增之數相併加於中數

而得末日所行之數減於中數而得初日所行之數者其所得之中數在第二日第三日之間故此中數内加日增數之半即得第三日所行之數減日增數之半即得第二日所行之數故再加日增數之全而得末日所行之數再減日增數之全而得初日所行之數也

設如一人織布歴十三日共織一千三百五十二寸因日漸長每日加功六寸至末日比初日多織七

十二寸問初末二日各織幾何

一率 十三日
二率 一千三百五十二寸
三率 一日
四率 一百零四寸

法以十三日為一率共織數一千三百五十二寸為二率一日為三率推得四率一百零四寸乃初末二日之中數為第七日所織之數以第七日上計初日下計末日俱得六分於是以六分與日加六寸相乘得三十六寸乃以三十六寸於第七日之一百零四寸内減之得六十八寸即初日所織之數於第七日

之一百零四寸上加之得一百四十寸即末日所織之數也此法雖求初末兩日之數然以十三日與總織數之比即一日與初末兩日中數之比既得中數按分加之何所不得此又遞次加減法中之又一例也

設如有田七百二十畝令甲乙丙三戸依次遞減分耕問各該幾何

法以三分為甲衰數二分為乙衰數一

一率　六分
二率　七百二十畝
三率　一分
四率　一百二十畝

分為丙衰數相併得六分為一率總田七百二十畝為二率一分為三率推得四率一百二十畝為一分即丙所耕之數以二分因之得二百四十畝即乙所耕之數以三分因之得三百六十畝即甲所耕之數也此法併總衰分為一率總田數為二率者是將總衰分比總田數故六分得七百二十畝而一分得一百二十畝也六分中甲得三分乙得二

分丙得一分自甲遞次至乙至丙皆減一百二十畝故為遞減也凡命法中不定所減分數者即以此法為例

設如有銀九十二兩令伯仲叔季四人遞減分之問各得幾何

一率	十分
二率	九十二兩
三率	一分
四率	九兩二錢

法以四分為伯衰數三分為仲衰數二分為叔衰數一分為季衰數相併得十分為一率總銀九十二兩為二率一分為三率推得四率九兩二錢即季所得

一率　十分
二率　九十二兩
三率　一分
四率　九兩二錢

之數以二分因之得一十八兩四錢即叔所得之數以三分因之得二十七兩六錢即仲所得之數以四分因之得三十六兩八錢即伯所得之數也此法以十分比總銀即如總銀分為十分也是以十分中伯得四分仲得三分叔得二分季得一分自伯遞次至季皆減一分故謂之遞減差分也

設如有金一十二兩六錢欲挨次遞減造套杯六個

問各重若干

一率　二十一分
二率　一十二兩六錢
三率　一分
四率　六錢

法以六五四三二一為六杯衰分併之得二十一分為一率共金數一十二兩六錢為二率一分為三率推得四率六錢即第六杯之重以二分因之得一兩二錢即第五杯之重以三分因之得一兩八錢即第四杯之重以四分因之得二兩四錢即第三杯之重以五分因之得三兩即第二杯之重以六分因之得

三兩六錢即第一杯之重也此法以總分比總銀即如以一分比末一杯之重也以上遞加一分即各杯之重矣

設如有糧一千一百三十四石令五等戶遞減納之一等二十四戶二等三十三戶三等四十二戶四等五十一戶五等六十戶問各等每戶應納若干

法以五四三二一為五等衰分以五分因一等戶二十四得一百二十分以四分因二等戶三十三得一百三十二分

一率 五百四十分
二率 一千一百三十四石
三率 一分
四率 二石一斗

以三分因三等户四十二得一百二十六分以二分因四等户五十一得一百零二分以一分因五等户六十仍得六十分總併之得五百四十分為一率總糧一千一百三十四石為二率一分為三率推得四率二石一斗即五等每户所納之數以二分因之得四石二斗即四等每户所納之數以三分因之得六石三斗即三等每户所納之數以四因

之得八石四斗即二等每户所納之數以五因之得十石五斗即一等每户所納之數也

超位加減差分

設如甲丙丁三人買房一所共價八百一十兩丙比甲出銀加一倍丁比甲丙共出銀又加一倍問每人各出幾何

法以一分為甲衰數加一倍得二分為丙衰數又以甲一分丙二分相併為三

一所	九分
二率	八百一十兩
三率	一分
四率	九十兩

分復加一倍得六分為丁衰數相併得九分為一率總銀八百一十兩為二率以甲一分為三率得四率九十兩即甲所出銀數加一倍得一百八十兩即丙所出銀數將甲丙共銀復加一倍得五百四十兩即丁所出銀數也此法以一分為甲數加一倍為丙數者因丙比甲銀多一倍也又共甲丙兩數加一倍為丁數者因丁比甲丙共銀又多一倍也

故以所命各人分數相併得共分數以此共分數比共銀數即如各人分數比各人所出銀數也

設如有銀五千兩買馬四匹園一區宅一所其園價比馬價多三倍而宅價比園價又多四倍問各價幾何

法以一分為馬衰數加三倍為三分得四分為園衰數又將園四分加四倍為十六分得二十分為宅衰數相併得二十五分

一率　二十五分
二率　五千兩
三率　一分
四率　二百兩

為一率總價五千兩為二率馬一分為三率推得四率二百兩即馬四匹之價馬每匹五十兩價加三分六百兩得八百兩即園一區之價再將園價加四分三千二百兩得四千兩即宅一所之價也此法將馬為一分而加三分為園價者因園價比馬價多三倍也又將園價為一分而加四分為宅價者因宅價比園價又多四倍也是以共分之比共價即如馬

四匹之一分比各色每一分之價也

設如有糧七百六十石以船三次運之第一次運十分二次運七分三次運二分問每次運糧幾何

率	數
一率	十九分
二率	七百六十石
三率	十分
四率	四百石

率	數
一率	十九分
二率	七百六十石
三率	七分
四率	二百八十石

法以十分七分二分相併得十九分為一率共糧七百六十石為二率十分為三率得四率四百石即第一次所運之數如以七分為三率得四率二百八十石即第二次所運之數如以二分為三率得四率八十石即第三次所運之數

一率　十九分
二率　七百六十石
三率　二分
四率　八十石

也此法第一次之十分二次之七分三次之二分即三次之衰數分數已明故即以運分作衰分也

設如有銅一百八十兩依次遞減造三等儀器上等比中等加二倍中等比下等加一倍問三等儀器各得銅幾何

法以一分為下等衰數二分為中等衰數二分加二倍得六分為上等衰數併之得九分為一率共銅一百八十兩為

一率　九分
二率　一百八十兩
三率　一分
四率　二十兩

二率下等之一分為三率推得四率二十兩即下等儀器之重加一倍得四十兩即中等儀器之重又加二倍得一百二十兩即上等儀器之重也此法命一分為下等數故加倍為中等數而得二分復以二分加二倍為上等數故上等數又為六分也

一率　九分
二率　一百八十兩
三率　一分
四率　二十兩

設如有銀七十兩買駱駝馬驢各一匹而價之多少不等但知馬比駝價為九分之四驢比駝價為九

分之一問各價幾何

一率　十四分
二率　七十兩
三率　一分
四率　五兩

法以一分為驢衰數四分為馬衰數九分為駝衰數併之得十四分為一率銀七十兩為二率驢一分為三率推得四率五兩即驢一匹之價以四分因之得二十兩即馬一匹之價以九分因之得四十五兩即駝一匹之價此法因駝價為九分故即以九為衰數且兩分母俱同為九分而馬居九分之四故即以四

為馬分驢居九分之一故即以一為驢分也既得驢價取其四分即馬價取其九分即駝價也

設如一人為商三次初次獲利比原銀多二倍二次獲利比初次本利共銀多四倍三次獲利比二次本利共銀又多三倍共計獲利併原銀得九百兩問原銀幾何

法以一分為初商原銀衰數加二倍得三分為初次本利共分又比三分加四

一率　六十分
二率　九百兩
三率　一分
四率　十五兩

倍得十五分為二次本利共分又比十五分加三倍得六十分為三次本利共分即以此六十分為一率三次本利共銀九百兩為二率一分為三率推得四率一十五兩即原銀數也此法初次加二倍是原銀之外加二倍也又加四倍是比初次本利共銀之外又加四倍也又加三倍是比二次本利共銀之外又加三倍也故以總分比總銀即如一分

之比原銀也

設如有米二十四石分與四人甲四分乙五分丙七分丁九分問各該幾何

一率　二十五分
二率　二十四石
三率　一分
四率　九斗六升

法以甲之四分乙之五分丙之七分丁之九分相併得二十五分為一率共米二十四石為二率一分為三率推得四率九斗六升乃每一分之數以甲四分因之即得甲之三石八斗四升以乙五分因之即得乙之四石八斗以丙七分

因之即得丙之六石七斗二升以丁九分因之即得丁之八石六斗四升也此法以一分為三率故得每人一分之數如以各人分數各為三率即得各人之全分矣

設如有銀九十二兩賞二十人分上中下三等上等四人中等六人下等十人其中等比下等賞加一倍上等比中等賞加二倍問各等每人得賞銀何

法以一分為下等衰數乘下等十人得

一率　四十六分
二率　九十二兩
三率　一分
四率　二兩

十分又將一分加一倍得二分為中等衰數乘中等六人得十二分又將二分加二倍得六分為上等衰數乘上等四人得二十四分乃以十分十二分二十四分相併得四十六分為一率總銀九十二兩為二率下等一分為三率推得四率二兩即下等每人應得之數將二兩加一倍得四兩即中等每人應得之數將四兩再加二倍得十二兩即上等

每人應得之數復以各等人數乘各等每人應得之數即得上等四人共得四十八兩中等六人共得二十四兩下等十人共得二十兩也此法以下等一分為三率故得下等每人一分之數按分倍加而得中等上等如以各等衆人分數各為三率即得各等之共數矣

設如有米五百三十五石賞與三等人第一等二十名第二等五十名第三等一百一十名一等比二

等每名加七斗二等比三等每名加五斗問三等每名各得幾何

法以二等比三等每名多五斗與二等五十名相乘得二百五十斗又以一等比二等每名多七斗與二等比三等每名多五斗相加得十二斗與一等二十名相乘得二百四十斗兩數相併得四百九十斗乃於總米五百三十五石内減之餘四百八十六石乃以一等二十

一率　一百八十人
二率　四百八十六石
三率　一人
四率　二石七斗

人二等五十人三等一百一十人相併得一百八十人為一率四百八十六石為二率一人為三率推得四率二石七斗即三等每一人應得之數加五斗得三石二斗即二等每一人應得之數再加七斗得三石九斗即一等每一人應得之數也此法以二等比三等每名多五斗與二等五十人相乘者是求二等比三等共多之數又以一等比二等每

名多七斗併二等比三等每名多五斗與一等二十人相乘者是求一等比三等共多之數也既得一等二等共多於三等之數於總數内減之所餘即三等相併共一百八十人均分之數故以一百八十人比總米四百八十六石即第三等每一人之比二石七斗也由此加五斗即得第二等每一人所得之數於第二等每一人數内再加七斗即得第

一率　一百八十人
二率　四百八十六石
三率　一人
四率　二石七斗

一等每一人所得之數矣

互和折半差分

設如有米一百八十石令甲乙丙三人互和折半分之但知甲多丙三十六石問各該若干

一率	三人
二率	一百八十石
三率	一人
四率	六十石

法以三人為一率總米一百八十石為二率一人為三率推得四率六十石即乙應得之數次以甲多丙三十六石二分之每分得一十八石於乙數內加之得七十八石即甲應得之數於乙數內

減之得四十二石即丙應得之數也此法蓋以三人共得之數比一人所得之數其一人所得之數即中一人應得之數甲多乙幾何即乙多丙幾何而甲多丙之數又為甲多乙之倍數故以甲多丙之數分為二分於中數内一加一減則彼此相較之數自得均平故謂之互和折半也

設如有銀二百四十兩令趙錢孫李四人互和折半

分之但知趙多李一十八兩問各該若干

一率	四人
二率	二百四十兩
三率	一人
四率	六十兩

法以四人為一率總銀二百四十兩為二率一人為三率推得四率六十兩即錢孫中二人相和折半之數次取趙多李十八兩之數以三歸之以三立法者用二歸以四立法者用三歸蓋以之相比而得較也得六兩即四人遞加之數折半得三兩乃中二人相和折半數與中二人應得數之較以此三兩加於六十兩得六十三兩即錢銀數減

一率　四人
二率　二百四十兩
三率　一人
四率　六十兩

於六十兩餘五十七兩即孫銀數錢銀數内再加六兩得六十九兩即趙銀數孫銀數内再減六兩餘五十一兩即李銀數也此法蓋以四人共得之數比一人應得之數其一人應得之數固非四人平分之數故比例所得六十兩為錢孫二人之中數較之錢數少三兩較之孫數多三兩故於六十兩中加三兩即錢數減三兩即孫數既得錢孫中二人

數則首末二人祇按分數加之而已

設如有兵二萬三千八百令甲乙丙丁戊五將互和折半領之只云戊少甲三千三百六十問各將所領若干

一率	五分
二率	二萬三千八百
三率	一分
四率	四千七百六十

法以五分為一率兵數二萬三千八百為二率一分為三率推得四率四千七百六十即丙所領之數又取戊少甲之三千三百六十以四歸之此有五人而較為四故用四歸得八百四十為平分加減之數自也

丙數而上遞加之得五千六百即乙所領之數得六千四百四十即甲所領之數由丙數而下遞減之得三千九百二十即丁所領之數得三千零八十即戊所領之數也

設如有稻一百九十八畝令甲乙丙丁戊已六人收割但知甲比已多收三十畝問各該收稻幾何

法以六人為一率總田一百九十八畝為二率一人為三率推得四率三十三

一率　六人
二率　一百九十八畝
三率　一人
四率　三十三畝

畝即丙丁中二人相和折半之數次取甲多己三十畝以五歸之得六畝折半得三畝加於三十三畝得三十六畝即丙收數再加六畝得四十二畝即乙收數再加六畝得四十八畝即甲收數又以折半三畝減於三十三畝餘三十畝即丁收數再減六畝餘二十四畝即戊收數再減六畝餘十八畝即己收數此法因三十三畝為丙丁二人之中數較

之丙少三畝較之丁多三畝故以丙與丁總差六畝折半加減之即得也

首尾互準差分

設如甲乙丙丁四人遞次分銀但知甲得六十九兩丁得五十一兩問乙丙各得銀幾何

法以三分為甲多於丁之衰數有四人故用三分如戊五人則用四分六人則用五分為一率甲六十九兩與丁五十一兩相減餘一十八兩為二率一分為三率推得四率六兩即四

一率 三分
二率 十八兩
三率 一分
四率 六兩

人所得遞加之數將丁銀五十一兩加六兩得五十七兩即丙應得之數再加六兩得六十三兩即乙應得之數也蓋甲數最多丁數最少相差一十八兩由丁至丙至乙至甲相隔三位則知有三差故用三分比一十八兩即如一分比六兩而為遞加數也若三色者以首尾兩數相加折半即中數其法易求故不

設例

設如五人遞次絡絲第一人絡絲四十兩第五人絡絲二十四兩問中三人各絡絲幾何

法以四分為第一人多於第五人之衰數為一率第一第五兩數相減餘一十六兩為二率一分為三率推得四率四兩即五人絡絲遞加之數將第五人絡絲二十四兩加四兩得二十八兩即第四人所絡之數再加四兩得三十二兩即第三人所絡之數再加四兩得三十

一率	四分
二率	十六兩
三率	一分
四率	四兩

六兩即第二人所絡之數也此法用四為除法蓋第五與第一相隔四位則知有四差故用四為比例也

又捷法以第一第五兩數相加折半得三十二兩即第三人所絡之數又以第一第三兩數相加折半得三十六兩即第二人所絡之數復以第三第五兩數相加折半得二十八兩即第四人所絡之數此法即前互和折半之法凡位數

奇者俱可用如三五七九是也

設如七人運糧不言總數但知第一人第二人共運二十三石七斗第五人第六人第七人共運二十六石一斗其遞加之數俱相等問第三人第四人與前後五人各運幾何

法以第一第二兩人共運二十三石七斗折半得十一石八斗五升為第一第二兩人相和折半之數第五第六第七三人共運二十六石一斗三歸之得八

一率　四分五
二率　三石一斗五升
三率　一分
四率　七斗

石七斗即第六人應運之數乃以第一分第二分之中數一分半與第六分相減餘四分半為一率第一第二兩人相和折半之十一石八斗五升內減第六人之八石七斗餘三石一斗五升為二率一分為三率推得四率七斗即每人遞加之數由第六人八石七斗而下減七斗得八石即第七人應運之數由第六人八石七斗而上遞加七斗得九石

四斗即第五人應運之數得十石一斗即第四人應運之數得十石八斗即第三人應運之數得十一石五斗即第二人應運之數得十二石二斗即第一人應運之數也此法蓋因第一人第二人相和折半之數至第二人差半分至第三人差一分半至第四人差二分半至第五人差三分半至第六人則差四分半故先以第一第二之中數與第六相

減得其四分半之差數而以四分半比前二人相和折半多於第六人之六石三斗即如一分比每人遞加之七斗也

設如八人分銀不言總數但知第一第二第三三人共得四十五兩第七第八二人共得八十五兩其遞加之數俱相等問各人應得若干

法以前三人共得銀數四十五兩用三歸之得十五兩即第二人應得之數後二人共得八十五兩折半得四十二兩

一率　五分五
二率　二十七兩五錢
三率　一分
四率　五兩

五錢即第七第八兩人相和折半之數乃以第二分與第七分第八分之中數七分半相減餘五分半為一率第二人應得之十五兩與後二人相和折半之四十二兩五錢相減餘二十七兩五錢為二率一分為三率推得四率五兩即每人遞加之數於第二人十五兩內減五兩即得第一人十兩於第二人十五兩外遞加五兩即得第三人二十兩第

四人二十五兩第五人三十兩第六人
三十五兩第七人四十兩第八人四十
五兩之數也此法葢因第二人至第三
人差一分至第四人差二分至第五人
差三分至第六人差四分至第七人差
五分至第七第八兩人相和折半之數
則差五分半故先以第二與第七第八
之中數相減得其五分半之差數而以
五分半比後二人相和折半多於第二

人之數即如每一分比每人遞加之數也

設如八人分米不言總數但知第一第二兩人共得一十一石九斗第七第八兩人共得八石三斗其遞加之數俱相等問每人應得若干

法以第一第二兩人共數一十一石九斗折半得五石九斗五升即第一第二兩人相和折半之數再以第七第八兩人共數八石三斗折半得四石一斗五

一率　六分
二率　一石八斗
三率　一分
四率　三斗

升即第七第八兩人相和折半之數乃以第一分第二分之中數一分半與第七分第八分之中數七分半相減餘六分為一率第一第二兩人相和折半之五石九斗五升內減第七第八兩人相和折半之四石一斗五升餘一石八斗為二率一分為三率推得四率三斗即每人遞加之數折半得一斗五升加於第一第二兩人相和折半之五石九斗

一率　六分
二率　一石八斗
三率　一分
四率　二斗

五升得六石一斗即第一人之數以次遞減三斗即得第二人五石八斗第三人五石五斗第四人五石二斗第五人四石九斗第六人四石六斗第七人四石三斗第八人四石之數也此法蓋因第一第二兩人相和折半之數至第二人差半分至第三人差一分半至第四人差二分半至第五人差三分半至第六人差四分半至第七人差五分半至

第七第八兩人相和折半之數則差六分故先以第一第二之中數與第七第八之中數相減得其六分之差數而以六分比第一第二相和折半多於第七第八相和折半之數即如每一分比每人遞加之數也又以第一第二之中數比第一人差半分故以一分之三斗折半得一斗五升加於第一第二兩人相和折半之數即得第一人之數也

設如有竹九節截為九箭盛米遞次長短不均但知根底三節共盛米三升九合梢上四節共盛米三升問九節各盛米數幾何

法以根底第一第二第三三節共盛米三升九合用三歸之得一升三合即第二節盛米之數梢上第六第七第八第九四節共盛米三升用四歸之得七合五勺即第七第八兩節相和折半之數仍以第二分與第七分第八分之中數

一率　五分五
二率　五合五勺
三率　一分
四率　一合

七分半相減餘五分半為一率第二節盛米一升三合內減第七第八兩節相和折半之七合五勺餘五合五勺為二率一分為三率推得四率一合即每節遞加之數自第二節盛米一升三合而上加一合即得第一節盛米一升四合自第二節盛米一升三合而下遞減一合即得第三節盛一升二合第四節盛一升一合第五節盛一升第六節盛九

合第七節盛八合第八節盛七合第九節盛六合也

設如有竹九節截為九筩盛米但知根底二節盛米六升三合梢上二節盛米二升一合問各節所盛米數若干

法以根底二節共盛米六升三合折半得三升一合五勺為第一第二兩節相和折半之數梢上二節共盛米二升一合折半得一升零五勺為第八第九兩

一率　七分
二率　二升一合
三率　一分
四率　三合

節相和折半之數仍以第一分第二分之中數一分半與第八分第九分之中數八分半相減餘七分為一率第一第二兩節相和折半之三升一合五勺內減第八第九兩節相和折半之一升零五勺餘二升一合為二率一分為三率推得四率三合即每節遞加之數折半得一合五勺加於第一第二兩節相和折半之三升一合五勺得三升三合即

第一節盛米之數以次遞減三合即得第二節盛三升第三節盛二升七合第四節盛二升四合第五節盛二升一合第六節盛一升八合第七節盛一升五合第八節盛一升二合第九節盛九合也

設如十人挨數挨次納糧前三人共納一十三石八斗後四人共納一十三石二斗問十人各納糧數若干

一率　六分五

二率　一石三斗

三率　一分

四率　二斗

法以前三人共納一十三石八斗用三歸之得四石六斗為第二人所納之數後四人共納一十三石二斗用四歸之得三石三斗為第八第九兩人相和折半之數仍以第二分與第八分第九分之中數八分半相減餘六分半為一率第二人之四石六斗內減第八第九兩人相和折半之三石三斗餘一石三斗為二率一分為三率推得四率二斗即

一率　六分五
二率　一石三斗
三率　一分
四率　二斗

每人遞加之數自第二人四石六斗以上加二斗得四石八斗即第一人所納之數自第二人四石六斗以下遞減二斗得四石四斗即第三人所納之數得四石二斗即第四人所納之數得四石即第五人所納之數得三石八斗即第六人所納之數得三石六斗即第七人所納之數得三石四斗即第八人所納之數得三石二斗即第九人所納之數

得三石即第十人所納之數也

設如有米二百四十石令甲乙丙丁戊五人遞減納之定甲乙二人納數與丙丁戊三人納數相等問五人各納幾何

法以四分為甲多於戊之衰數自甲至乙至丙至丁至戊隔四位故以四分為衰數三分為乙多於戊之衰數併之為七分以二分為丙多於戊之衰數一分為丁多於戊之衰數併之為三分乃以三分與七分相減餘四分

一率　一人
二率　四分
三率　一人
四率　四分

為前二人多於後三人之較又以前二人與後三人相減餘一人為後三人多於前二人之較夫前多四分後多一人而其數相等則四分即為一人之數仍以一人為一率四分為二率戊一人為三率推得四率仍得四分即定為戊一人之分數各加每人所多衰數則甲得八分乙得七分併之得十五分丙得六分丁得五分併戊之四分亦得十五分

一率　三十分
二率　二百四十石
三率　一分
四率　八石

是前後分數已同矣乃以兩總分相併得三十分為一率總米二百四十石為二率一分為三率推得四率八石即每一分之數用甲之八分乘之得甲之六十四石用乙之七分乘之得乙之五十六石併之共得一百二十石用丙之六分乘之得丙之四十八石用丁之五分乘之得丁之四十石用戊之四分乘之得戊之三十二石併之亦共得一百二

十石是甲乙二人納數與丙丁戊三人納數等也

設如有銀六百兩令甲乙丙丁戊己六人遞加分之定甲乙丙丁四人與戊己二人分數相等問六人各分幾何

法以一分為乙多於甲之衰數二分為丙多於甲之衰數三分為丁多於甲之衰數併之為六分四分為戊多於甲之衰數五分為己多於甲之衰數併之為

一率　二人
二率　三分
三率　一人
四率　一分五

九分乃以六分與九分相減餘三分為後二人多於前四人之較又以前四人與後二人相減餘二人為前四人多於後二人之較夫前多二人後多三分而其數相等則三分即為二人之數乃以二人為一率三分為二率甲一人為三率推得四率一分五即一分半也即定為甲一人之分數各加每人所多衰數則乙得二分半丙得三分半丁得四分半併

一率　二十四分
二率　六百兩
三率　一分
四率　二十五兩

甲乙丙丁四人數得十二分戊得五分半己得六分半併戊己二人數亦得十二分是前後分數已同矣乃以兩總分相併得二十四分為一率總銀六百兩為二率一分為三率推得四率二十五兩即每一分之數用甲一分半乘之得甲三十七兩五錢用乙二分半乘之得乙六十二兩五錢用丙三分半乘之得丙八十七兩五錢用丁四分半乘之得

丁一百一十二兩五錢併四人數共得三百兩用戊五分半乘之得戊一百三十七兩五錢用己六分半乘之得己一百六十二兩五錢併二人數亦共得三百兩是甲乙丙丁四人銀數與戊己二人銀數等也

設如有麥一千零八畝令七人遞減分收定前三人與後四人所得共數相同問七人各收麥幾何

法以六分為第一人比第七人所多衰

一率　一人
二率　九分
三率　一人
四率　九分

數自第一至第七隔六位故以六為衰數五分為第二人比第七人所多衰數四分為第三人比第七人所多衰數併之為十五分三分為第四人比第七人所多衰數二分為第五人比第七人所多衰數一分為第六人比第七人所多衰數併之為六分仍以六分與十五分相減餘九分為前三人多於後四人之較又以前三人與後四人相減餘一人為後四人多於前

一率　一人
二率　九分
三率　一人
四率　九分

三人之較夫前多九分後多一人而其數相等則九分即為一人之數乃以一人為一率九分為二率末一人為三率推得四率仍為九分即定為第七人之分數各加每人所多分數則第一人得十五分第二人得十四分第三人得十三分併之為四十二分第四人得十二分第五人得十一分第六人得十分第七人得九分併之亦為四十二分是前

一率　八十四分
二率　一千零八畝
三率　一分
四率　一十二畝

後分數已同矣仍以兩總分相併得八十四分為一率麥一千零八畝為二率一分為三率推得四率十二畝即每一分之數用十五分乘之即得第一人一百八十畝用十四分乘之即得第二人一百六十八畝用十三分乘之即得第三人一百五十六畝併三人數共得五百零四畝用十二分乘之即得第四人一百四十四畝用十一分乘之即得第

五人一百三十二畝用十分乘之即得第六人一百二十畝用九分乘之即得第七人一百零八畝併四人數亦共得五百零四畝是前三人畝數與後四人畝數等也

設如有糧一千零九十二石令七次遞減運送定前二次與後五次運送之數相等問每次運送幾何

法以十八分為第一次比第七次所多之衰數自第一次至第七次相隔六位應以六分為衰數是為每次遞

一率　三次
二率　三分
三率　一次
四率　一分

加一分今將六分用三因之為十八分是為每一次遞加三分故各衰五四三二一俱用三因其比例仍同也十五分為第二次比第七次所多之衰數併之為三十三分十二分為第三次比第七次所多之衰數九分為第四次比第七次所多之衰數六分為第五次比第七次所多之衰數三分為第六次比第七次所多之衰數併之為三十分仍以三十分與三十三分相減餘三分為前兩次多於後五次

一率　三次
二率　三分
三率　一次
四率　一分

之較又以後五次與前兩次相減餘三次為後五次多於前兩次之較夫前多三分後多三次而其數相等則三分即為三次之數乃以三次為一率三分為二率一次為三率推得四率一分即為第七次之分數各加每次所多衰數第一次得十九分第二次得十六分併之得三十五分第三次得十三分第四次得一十分第五次得七分第六次得四

分併第七次之一分亦得三十五分是前後分數已同矣乃以兩總分相併得七十分為一率總糧一千零九十二石為二率一分為三率推得四率一十五石六斗即第七次一分所運之數用十九分乘之得二百九十六石四斗即第一次所運之數用十六分乘之得二百四十九石六斗即第二次所運之數併兩次共得五百四十六石用十三分乘

一率 七十分
二率 一千零九十二石
三率 一分
四率 一十五石六斗

之得二百零二石八斗即第三次所運
之數用一十分乘之得一百五十六石
即第四次所運之數用七分乘之得一
百零九石二斗即第五次所運之數用
四分乘之得六十二石四斗即第六次
所運之數併第七次所運之一十五石
六斗亦共得五百四十六石是前二次
運送糧數與後五次運送糧數等也

御製數理精蘊下編卷五

欽定四庫全書

御製數理精蘊下編卷六

線部四

和數比例

較數比例

和數比例

比例之中有合率而復有和數者將幾比例之率合為一比例故謂之合率至於有總數又有分數以分數合而與總數相比則謂之和數其在九章總名差分而其實總不越比例之理故今質名之曰和數比例其立法有以實數與實數比者如合衆人數與總物數之比即若每人數與每物數之比是也有以所立衰數與實數比者如合衆衰數與總物數之比即若每人衰數與每物數之比是也又或以加倍數成

率者其得數亦為加倍之數或以兩數相乘而成率者其得數亦為兩數相乘之數要之皆以比例而得故於各條詳加解說以明其故焉

設如南北二商合本貿易南出本銀一百五十兩北出本銀二百五十兩共得利銀一千兩按各人所出本銀之分分之問二人各得利銀幾何

一率 四百兩
二率 一千兩
三率 一百五十兩
四率 三百七十五兩

法以南出本銀一百五十兩與北出本銀二百五十兩相併得四百兩為一率利銀一千兩為二率南出本銀一百五

一率　四百兩
二率　一千兩
三率　二百五十兩
四率　六百二十五兩

十兩為三率推得四率三百七十五兩即南所分利銀數於共利一千兩内減三百七十五兩餘六百二十五兩即北所分利銀數也如以二人本銀共四百兩為一率二人共利一千兩為二率北出本銀二百五十兩為三率推得四率六百二十五兩即北所分利銀數也此法蓋以二人共本比共利即如每人各本比各利而為相當比例四率也

又捷法以二人共出本銀四百兩歸除二人共得利銀一千兩得每一兩之利為二兩五錢仍與各人本銀數相乘即得各人所分利銀數此又以每一兩之利與各人所出本銀之利相比而得也

設如趙周馮三人合夥生理趙出本銀一千兩周出本銀八百兩馮出本銀六百兩共得利銀一千二百兩按各人所出本銀之分分之問三人各得利銀幾何

一率　二千四百兩
二率　一千二百兩
三率　一千兩
四率　五百兩

一率　二千四百兩
二率　一千二百兩
三率　八百兩
四率　四百兩

一率　二千四百兩
二率　一千二百兩
三率　六百兩
四率　三百兩

法以三人各出本銀相併得二千四百兩為一率三人共得利銀一千二百兩為二率三人所出本銀數各為三率推得各四率趙五百兩周四百兩馮三百兩即為各人所得利銀數也若用捷法則以三人所併本銀二千四百兩歸除共得利銀一千二百兩得每一兩之利為五錢按各人本銀數乘之即各人所得利銀數也

設如甲乙丙三商共出本銀一千五百二十兩得利銀一百九十兩甲分一百二十兩乙分四十兩丙分三十兩問各人原本銀若干

一率 一百九十兩
二率 一千五百二十兩
三率 一百二十兩
四率 九百六十兩

一率 一百九十兩
二率 一千五百二十兩
三率 四十兩
四率 三百二十兩

法以共利銀一百九十兩為一率共本銀一千五百二十兩為二率每分利銀各為三率推得各四率甲本銀為九百六十兩乙本銀為三百二十兩丙本銀為二百四十兩如用捷法則以共利銀一百九十兩歸除共本銀一千五百二

一率　一百九十兩
二率　一千五百二十兩
三率　三十兩
四率　二百四十兩

十兩得每一兩利銀之本銀為八兩乃以八兩乘各人利銀分數即得各人本銀之數矣

設如甲丙戊三人合本貿易共得利銀三千二百二十兩甲本銀三千六百兩丙本銀五百一十兩戊本銀不知其數但知該分利銀四百八十兩問其本銀若干

法以三人共得利銀三千二百二十兩內減戊之利銀四百八十兩餘二千七

百四十兩為一率甲丙二人本銀相併得四千一百一十兩為二率戊利銀四百八十兩為三率推得四率七百二十兩即戊之本銀數也此法於總利中減去戊利銀所餘者即甲丙二人之利銀故以甲丙二人之共利銀與甲丙二人之共本銀相比即若戊一人之利銀與戊一人之本銀相比也

一率　二千七百四十兩
二率　四千一百一十兩
三率　四百八十兩
四率　七百二十兩

設如甲乙丙三商共出本銀一千五百二十兩今得

本利共銀一千七百一十兩甲分本利共銀一千零八十兩乙分本利共銀三百六十兩丙分本利共銀二百七十兩問三人所分本利各若干

一率　一千七百一十兩
二率　一千五百二十兩
三率　一千零八十兩
四率　九百六十兩

一率　一千七百一十兩
二率　一千五百二十兩
三率　三百六十兩
四率　三百二十兩

法以三人所得本利共銀一千七百一十兩為一率共出本銀一千五百二十兩為二率各人所分本利共銀各為三率推得各四率甲本銀九百六十兩乙本銀三百二十兩丙本銀二百四十兩即為各人本銀數以各人本銀減各人

一率　一千七百一十兩
二率　一千五百二十兩
三率　二百七十兩
四率　二百四十兩

共銀甲得利銀一百二十兩乙得利銀四十兩丙得利銀三十兩即各人利銀數也

設如有三人合本貿易第一人出本銀五百兩係七成第二人出本銀一千兩係八成第三人出本銀一千五百兩係九成共得利銀二千兩皆係十成問每人應得利銀若干

法以各人所出本銀數與各銀成色相乘第一人得三百五十兩第二人得八

一率　二千五百兩
二率　二千兩
三率　三百五十兩
四率　二百八十兩

一率　二千五百兩
二率　二千兩
三率　八百兩
四率　六百四十兩

一率　二千五百兩
二率　二千兩
三率　一千三百五十兩
四率　一千零八十兩

百兩第三人得一千三百五十兩三數相加共得二千五百兩為一率共得利銀二千兩為二率每人所得相乘之數（第一人三百五十兩第二人八百兩第三人一千三百五十兩）各為三率推得各四率第一人得二百八十兩第二人得六百四十兩第三人得一千零八十兩即各人應得之利銀數也此法以各銀成色乘各人銀數者是將各銀成色俱變作十成銀也如第一人七

成銀五百兩變作十成銀止得三百五十兩第二人八成銀一千兩變作十成銀止得八百兩第三人九成銀一千五百兩變作十成銀止得一千三百五十兩併之得十成銀二千五百兩故以總十成銀二千五百兩與共利銀二千兩之比即若每人十成本銀與每人應得利銀之比也

設如甲丙戊三商合本貿易其所出本銀多寡不同

時日亦不同甲出本銀六百兩係八個月丙出本銀四百五十兩係六個月戊出本銀五百兩係十個月共得利銀一千兩問各人應分利銀幾何

一率　一萬二千五百兩
二率　一千兩
三率　四千八百兩
四率　三百八十四兩

一率　一萬二千五百兩
二率　一千兩
三率　二千七百兩
四率　二百一十六兩

法以各人本銀與各人月分相乘甲得四千八百兩丙得二千七百兩戊得五千兩三數相併得一萬二千五百兩為一率共利銀一千兩為二率各人本銀乘各人月分之數為三率推得各四率甲得三百八十四兩丙得二百一十六

一率　一萬二千五百兩
二率　一千兩
三率　五千兩
四率　四百兩

兩戊得四百兩即為各人應得之利銀數也此法先以各人本銀乘各人月分者葢以各人所出本銀按月分以加倍也三人本銀各有月分則行利亦按月加倍也

設如乙丙丁三人合夥生理乙出本銀二百兩係八個月出本之兩月後又添本銀四十兩丙出本銀三百二十兩係六個月出本之一月後又添本銀八十兩丁出本銀一百六十兩係十個月共得利

銀三百六十兩問每人各該利銀幾何

法以乙本銀二百兩與八個月相乘得一千六百兩又以後添四十兩與六個月相乘（因出本之兩月後又添銀故用六月）得二百四十兩此兩數相加得一千八百四十兩為乙之衰數以丙本銀三百二十兩與六個月相乘得一千九百二十兩又以後添八十兩與五個月相乘（因出本之一月後又添銀故用五月）得四百兩此兩數相加得二千三

原書卷次訛誤

一率 五千七百六十兩
二率 三百六十兩
三率 一千八百四十兩
四率 一百一十五兩

一率 五千七百六十兩
二率 三百六十兩
三率 二千三百二十兩
四率 一百四十五兩

一率 五千七百六十兩
二率 三百六十兩
三率 一千六百兩
四率 一百兩

百二十兩為丙之衰數以丁本銀一百六十兩與十個月相乘得一千六百兩即丁之衰數乃以三人衰數相加得五千七百六十兩為一率三百六十兩為二率各人衰數各為三率推得各四率乙得一百一十五兩丙得一百四十五兩丁得一百兩即各人應得之利銀數也此法因出銀前後各不同故以各人出銀節次乘各人月分而得各人衰數

既得各人衰數則相加而與總利銀為比即如各人衰數與各人利銀相比也

設如甲乙丙三商合本貿易共得利銀一千兩甲本銀三百兩係十個月乙本銀六百兩丙本銀四百兩俱不知月分其利銀則甲分五百兩乙分三百兩丙分二百兩問乙丙二人出本銀月分各幾何

一率	五百兩
二率	三千兩
三率	三百兩
四率	一千八百兩

法以甲之利銀五百兩為一率甲之本銀三百兩與十個月相乘得三千兩為二率乙之利銀三百兩為三率推得四

一率　五百兩
二率　三千兩
三率　三百兩
四率　一千八百兩

一率　五百兩
二率　三千兩
三率　二百兩
四率　一千二百兩

率一千八百兩為乙之本銀六百兩與月分相乘之數以乙之本銀六百兩除之得三個月即乙出銀之月分如以丙之利銀二百兩為三率則得四率一千二百兩為丙之本銀四百兩與月分相乘之數以丙之本銀四百兩除之得三個月即丙出本銀之月分也

設如乙丙丁三人合本貿易共得利銀三百八十兩丙得利銀為乙三分之一丁得利銀為乙四分之

一乙之本銀為八十兩收利十二個月丙丁二人本銀不知數但知丙收利銀係八個月丁收利銀係四個月問乙丙丁利銀各若干丙與丁本銀各若干

一率　十九分
二率　三百八十兩
三率　十二分
四率　二百四十兩

法以十二分為乙之衰數（兩分母相乘之數）取其三分之一得四分為丙之衰數又取其四分之一得三分為丁之衰數將三衰數相併得一十九分為一率共利三百八十兩為二率以各人衰數各為三

一率　十九分
二率　三百八十兩
三率　四分
四率　八十兩

一率　十九分
二率　三百八十兩
三率　三分
四率　六十兩

一率　二百四十兩
二率　九百六十兩
三率　八十兩
四率　三百二十兩

率推得各四率乙之利銀得二百四十兩丙之利銀得八十兩丁之利銀得六十兩三宗利銀相併共三百八十兩以合前數又用乙利銀二百四十兩為一率乙本銀八十兩與十二個月相乘得九百六十兩為二率丙利銀八十兩為三率推得四率三百二十兩為丙本銀八個月之共分以八個月除之得四十兩即丙之本銀數復以乙利銀二百四

一率　二百四十兩
二率　九百六十兩
三率　六十兩
四率　二百四十兩

十兩為一率乙本銀九百六十兩為二率丁利銀六十兩為三率推得四率二百四十兩為丁本銀四個月之共分以四個月除之得六十兩即丁之本銀數也

設如甲丙戊三家每日派一人當差論各家田數定日之多少甲田八十畝丙田六十畝戊田五十二畝問各人一年内連閏月應該當差之日幾何

法以甲丙戊三家田數（甲八十丙六十戊五十二）相

併得一百九十二畝為一率一年連閏月作三百八十四日為二率各家田數各為三率推得各四率甲當差一百六十日丙當差一百二十日戊當差一百零四日併之得三百八十四日合一年連閏月之數也

一率 一百九十二畝
二率 三百八十四日
三率 八十畝
四率 一百六十日

一率 一百九十二畝
二率 三百八十四日
三率 六十畝
四率 一百二十日

一率 一百九十二畝
二率 三百八十四日
三率 五十二畝
四率 一百零四日

設如二人居住相隔一千四百里同日起身一人日行八十里一人日行六十里問途中幾日相會

法以八十里與六十里相併得一百四

一率	一百四十里
二率	一日
三率	一千四百里
四率	十日

十里為一率一日為二率一千四百里為三率推得四率十日即相會之日也此法以八十里六十里相併為一率者每一日之內兩人共行一百四十里也一百四十里行一日則一千四百里行十日矣蓋日行八十里者十日行八百里日行六十里者十日行六百里併之以合原數也

設如有銀四百八十六兩糴米麥豆三色其石數相

等米每石價銀一兩二錢麥每石價銀九錢豆每石價銀六錢問石數若干

法以米價一兩二錢麥價九錢豆價六錢相併共得二兩七錢為一率一石為二率總銀四百八十六兩為三率推得四率一百八十石即各色之石數也此法蓋因三色之石數既相等故三色每石之共價與每一石之比即同於三分之共價四百八十六兩與每一分之一

一率 二兩七錢
二率 一石
三率 四百八十六兩
四率 一百八十石

百八十石之比也

設如有銀一千二百兩買綾絹二色絹一分綾二分綾每疋價銀三兩六錢絹每疋價銀二兩四錢問綾絹與價銀各幾何

法以綾價三兩六錢二因之綾二分故用二因得七兩二錢與絹價二兩四錢相加共得九兩六錢為一率絹一疋為二率總銀一千二百兩為三率推得四率一百二十五疋為絹數倍之得二百五十疋

一率　九兩六錢
二率　一疋
三率　一千二百兩
四率　一百二十五疋

一率 九兩六錢
二率 一疋
三率 一千二百兩
四率 一百二十五疋

為綾數以絹每疋價銀二兩四錢與絹一百二十五疋相乘得三百兩為共絹價以綾每疋價銀三兩六錢與綾二百五十疋相乘得九百兩為共綾價也此法蓋因絹為一分綾為二分故將綾價二因之與絹價相加即綾二疋絹一疋之共價以綾二疋絹一疋之共價與絹一疋之比即同於綾二分絹一分之共價一千二百兩與絹一分一百二十五

疋之比也

設如有銀三百三十六兩買羅八十疋絹一百二十疋羅每疋價比絹每疋價加一倍問羅價絹價各幾何

法以羅八十疋倍之得一百六十疋與絹一百二十疋相加得二百八十疋為一率絹一疋為二率總銀三百三十六兩為三率推得四率一兩二錢即絹每一疋之價倍之得二兩四錢即羅每一

一率　二百八十疋
二率　一疋
三率　三百三十六兩
四率　一兩二錢

疋之價也此法蓋因羅價比絹價加一倍故將羅疋數倍之與絹疋數相加為羅二倍絹一倍之共數而以羅二倍絹一倍之共數與絹一疋之比即同於羅二倍絹一倍之共價三百三十六兩與絹一疋之價一兩二錢之比也

一率　二百八十疋

二率　一疋

三率　三百三十六兩

四率　一兩二錢

設如有銀七百八十五兩令甲乙丙丁四人分之乙得甲銀十分之七丙得乙銀十四分之三丁得丙銀十二分之九問各分銀幾何

一率 三千二百九十七分
二率 七百八十五兩
三率 一千六百八十分
四率 四百兩

法以一千六百八十分三分母連乘之數為甲衰數取甲十分之七得一千一百七十六分為乙衰數取乙十四分之三得二百五十二分為丙衰數取丙十二分之九得一百八十九分為丁衰數乃以四人衰數相併得三千二百九十七分為一率總銀七百八十五兩為二率以甲衰一千六百八十分為三率得四率四百兩即甲所分之銀數以乙衰一千一

一率　三千二百九十七分
二率　七百八十五兩
三率　一千一百七十六分
四率　二百八十兩

一率　三千二百九十七分
二率　七百八十五兩
三率　二百五十二分
四率　六十兩

一率　三千二百九十七分
二率　七百八十五兩
三率　一百八十九分
四率　四十五兩

百七十六分為三率得四率二百八十兩即乙所分之銀數以丙衰二百五十二分為三率得四率六十兩即丙所分之銀數以丁衰一百八十九分為三率得四率四十五兩即丁所分之銀數四人所得銀數併之得七百八十五兩以合原數也此法因各分母不同恐難度盡故以分母連乘為甲衰數次各按分取其衰數仍併各衰數為共衰數以共

衰數與總銀數之比即同於各人衰數

與各銀數之比也

設如東西中三村共納糧一千零三十六石東村一百二十戶每戶該納七分西村八十戶每戶該納五分中村六十戶每戶該納四分問各村納糧若干每戶納糧若干

法以七分與東村一百二十戶相乘得八百四十分為東村衰數以五分與西村八十戶相乘得四百分為西村衰數

一率　一千四百八十分
二率　一千零三十六石
三率　八百四十分
四率　五百八十八石

一率　一千四百八十分
二率　一千零三十六石
三率　四百分
四率　二百八十石

一率　一千四百八十分
二率　一千零三十六石
三率　二百四十分
四率　一百六十八石

以四分與中村六十戶相乘得二百四十分為中村衰數乃以三村衰數相併得一千四百八十分為一率共納糧一千零三十六石為二率各村衰數各為三率推得各四率東村共該納糧五百八十八石西村共該納糧二百八十石中村共該納糧一百六十八石再以各村戶數歸除各村所納糧數則東村每戶該納糧四石九斗西村每戶該納糧

三石五斗中村每戸該納糧二石八斗

如以三村共衰分數歸除共納糧數得

每一分所納糧數而以各村分數乘之

即得各村共納糧數以各戸分數乘之

即得各村每戸所納之糧數也

設如乙丙丁三人共納地租銀十一兩五錢乙田長

一百二十丈寬四十丈丙田長二百丈寬六十丈

丁田長八十丈寬二十丈問每人該租銀若干

法以乙田長一百二十丈與寬四十丈

相乘得四千八百丈丙田長二百丈與寛六十丈相乘得一萬二千丈丁田長八十丈與寛二十丈相乘得一千六百丈三數相併共得一萬八千四百丈為一率共地租銀十一兩五錢為二率各田長寛相乘之數各為三率推得各四率乙該銀三兩丙該銀七兩五錢丁該銀一兩併之為十一兩五錢以合原數也

一率　一萬八千四百丈
二率　十一兩五錢
三率　四千八百丈
四率　三兩

一率　一萬八千四百丈
二率　十一兩五錢
三率　一萬二千丈
四率　七兩五錢

一率　一萬八千四百丈
二率　十一兩五錢
三率　一千六百丈
四率　一兩

設如孫鄭褚三家買貨共載一船遠近船價不同孫家貨物九十五担每担船價六分鄭家貨物八十五担每担船價四分褚家貨物五十六担每担船價二分五釐因中途擱淺共貼銀二兩五錢二分欲照船價分派問各該若干

法以孫貨九十五担與每担六分相乘得五兩七錢以鄭貨八十五担與每担四分相乘得三兩四錢以褚貨五十六担與每担二分五釐相乘得一兩四錢

一率　十兩五錢
二率　二兩五錢二分
三率　一兩
四率　二錢四分

乃以三家船價相併共得一十兩五錢為一率共貼銀二兩五錢二分為二率一兩為三率推得四率二錢四分即為每一兩應貼之數復以各家船價銀乘之所得一兩三錢六分八釐即孫應出之數所得八錢一分六釐即鄭應出之數所得三錢三分六釐即褚應出之數也

設如甲丙戊三縣共納米四千石論縣之大小米之

貴賤運之遠近分之甲縣有三千三百六十戶每米一石價銀八錢運至六十里丙縣有一千二百戶每米一石價銀一兩運至三十里戊縣有二千四百戶每米一石價銀六錢運至八十里問每縣該米若干

法以甲縣米價八錢與六十里相乘得四百八十用此數歸除甲縣三千三百六十戶得七為甲縣之衰數又以丙縣米價一兩與三十里相乘得三百用此

一率　十六
二率　四千石
三率　七
四率　一千七百五十石

一率　十六
二率　四千石
三率　四
四率　一千石

一率　十六
二率　四千石
三率　五
四率　一千二百五十石

數歸除丙縣一千二百戶得四為丙縣之衰數以戊縣米價六錢與八十里相乘得四百八十用此數歸除戊縣二千四百戶得五為戊縣之衰數乃以此三衰數相併得一十六為一率總米四千石為二率各縣衰數各為三率推得各四率甲縣為一千七百五十石丙縣為一千石戊縣為一千二百五十石三數相併共四千石以合原數也

設如甲乙丙丁戊五處共輸粟二千石以田地之多寡道里之遠近粟價之貴賤均輸之甲田一萬三千零六十畝粟每石價銀二兩自輸本處乙田一萬二千三百一十二畝粟每石價銀一兩至輸所二百里丙田七千一百八十二畝粟每石價銀一兩二錢至輸所一百五十里丁田一萬三千三百三十八畝粟每石價銀一兩七錢至輸所二百五十里戊田五千一百三十畝粟每石價銀一兩三錢至輸所一百五十里每石每里車價四釐問各

處所輸若干

法以甲粟每石價二兩歸除甲田一萬三千零六十畝得六百五十三為甲衰數次以乙輸所二百里與每石車價四釐相乘得八錢併入乙粟每石價一兩共一兩八錢歸除乙田一萬二千三百一十二畝得六百八十四為乙衰數次以丙輸所一百五十里與每石車價四釐相乘得六錢併入丙粟每石價一兩

二錢共一兩八錢歸除丙田七千一百八十二畝得三百九十九為丙衰數次又以丁輸所二百五十里與每石車價四釐相乘得一兩併入丁粟每石價一兩七錢共二兩七錢歸除丁田一萬三千三百三十八畝得四百九十四為丁衰數次又以戊輸所一百五十里與每石車價四釐相乘得六錢併入戊粟每石價一兩三錢共一兩九錢歸除戊田

一率	二千五百
二率	二千石
三率	六百五十三
四率	五百二十二石四斗
一率	二千五百
二率	二千石
三率	六百八十四
四率	五百四十七石二斗
一率	二千五百
二率	二千石
三率	三百九十九
四率	三百一十九石二斗
一率	二千五百
二率	二千石
三率	四百九十四
四率	三百九十五石二斗

五千一百三十畝得二百七十為戊衰數以合五衰數共二千五百為一率共粟二千石為二率五處各衰數各為三率推得各四率甲為五百二十二石四斗乙為五百四十七石二斗丙為三百一十九石二斗丁為三百九十五石二斗戊為二百一十六石五數相併共二千石以合原數也此法蓋因地畝以定粟數故粟可以均然粟之價既有貴賤

一率 二千五百

二率 二千石

三率 二百七十

四率 二百一十六石

而道里又有遠近故取粟價以除地畝正所以均其貴賤而取車價併入粟價以除地畝又所以均其遠近也

設如買米八十四石每米一石價一兩四錢七分運價一錢三分今欲抽米作運價與之問正米與運價米各幾何

一率 一兩六錢

二率 八十四石

三率 一兩四錢七分

四率 七十七石五斗七升五合

法以每石米價一兩四錢七分與每石運價一錢三分相加得一兩六錢為一率總米八十四石為二率每石米價一

一率　一兩六錢
二率　八十四石
三率　一兩四錢七分
四率　七十七石一斗七升五合

一率　一兩六錢
二率　八十四石
三率　一錢三分
四率　六石八斗二升五合

兩四錢七分為三率推得四率七十七石一斗七升五合即正米數如先求運價米數則仍以一兩六錢為一率總米八十四石為二率每石運價一錢三分為三率推得四率六石八斗二升五合即運價米數也既得正米數與運價相乘得十兩零三分二釐七毫五絲為共運價而以運費米數與米價相乘亦得十兩零三分二釐七毫五絲其數適相

當也此法蓋因八十四石為正米與運價米之總數今抽米作運費故以米價與運價相併亦為米價與運價之總數以總價與總米之比即同於米價與正米之比又以總價與總米之比即同於運價與運米之比也此法即和數差分之變體舊算書名為就物抽分因其以總米內抽運價故為抽分然要以米價運價之和與總米為比例故附於和數

比例之後

設如有絲四十三斤十二兩每織絹一疋用絲一斤與織工絲四兩問織絹絲與織工絲各幾何

一率	二十兩
二率	七百兩
三率	四兩
四率	一百四十兩

法以織絹絲一斤通為十六兩與織工絲四兩相加得二十兩為一率總絲四十三斤十二兩通為七百兩為二率織工絲四兩為三率得四率一百四十兩收為八斤十二兩即織工絲與總絲相減餘三十五斤即織絹絲也此亦就物

抽分法也以每疋織絹絲及織工絲之共數與總絲之比即同於每疋織工絲與總織工絲之比也

較數比例

比例之中有和數而復有較數者以數相合而為比例故謂之和數若夫因數之相較而成比例則謂之較數在九章謂之匿價差分其立法蓋以每一物與較數之比即若共物與共較之比或以共物之較與每一物價之較為比即若共物與每一物價之比也又或有以實數相比者或有以各物分數相比者雖未有一定之規然而總不越以彼此相差之較數為比例故今質名之曰較數比例焉

設如有錢買綾羅二色綾七尺羅九尺兩價相等但知綾每尺比羅每尺價多三十六文問二色每尺價錢幾何

一率　一尺
二率　三十六文
三率　七尺
四率　二百五十二文

法以綾一尺為一率綾比羅每尺價多三十六文為二率綾七尺為三率推得四率二百五十二文即綾七尺共多之數又以綾七尺與羅九尺相減餘羅二尺為一率綾七尺共多二百五十二文為二率羅一尺為三率推得四率一百

一率　二尺

二率　二百五十二文

三率　一尺

四率　一百二十六文

二十六文即羅一尺之價加多三十六文得一百六十二文即綾一尺之價以一百二十六文乘羅九尺得一千一百三十四文以一百六十二文乘綾七尺亦得一千一百三十四文兩價相等也

此法蓋因綾一尺多三十六文則綾七尺共多二百五十二文也夫綾價多二百五十二文羅多二尺而其價相等則二百五十二文即羅二尺之價羅二尺

一率	二尺
二率	三十六文
三率	七尺
四率	一百二十六文

一率	二尺
二率	三十六文
三率	九尺
四率	一百六十二文

價二百五十二文則羅一尺價一百二十六文也既得羅價則綾價亦可推矣又法以綾七尺與羅九尺相減餘二尺為一率綾比羅每尺價多三十六文為二率綾七尺為三率推得四率一百二十六文即羅每一尺之價加多三十六文得一百六十二文即綾每一尺之價如以羅九尺為三率推得四率一百六十二文即綾每一尺之價減多三十六

文餘一百二十六文即羅每一尺之價也此法共綾與共羅之較為二尺綾每尺與羅每尺之較為三十六文凡共物之較與共價之較相比即同於共物與共價之比而共物之較與每一物價之較相比亦必同於共物與每一物價之比故以綾共少二尺與羅每尺價少三十六文之比即同於綾共七尺與羅每尺價一百二十六文之比也又以羅共

多二尺與綾每尺多三十六文之比亦即同於羅共九尺與綾每尺價一百六十二文之比也

設如有銀買駝馬二色馬十匹駝六匹兩價相等但知駝每匹比馬每匹價多八兩問二色每匹價銀若干

法以駝一匹為一率駝比馬每匹價多八兩為二率駝六匹為三率推得四率四十八兩即駝六匹共多之數又以馬

一率　一匹
二率　八兩
三率　六匹
四率　四十八兩

一率　四匹
二率　四十八兩
三率　一匹
四率　一十二兩

十匹與駝六匹相減餘馬四匹為一率駝六匹共多四十八兩為二率馬一匹為三率推得四率十二兩即馬一匹之價加多八兩得二十兩即駝一匹之價以二十兩乘駝六匹得一百二十兩以十二兩乘馬十匹亦得一百二十兩兩價相等也此法蓋因駝一匹多八兩則駝六匹共多四十八兩也夫駝價多四十八兩馬多四匹而其價相等則四十

一率 四匹
二率 八兩
三率 六匹
四率 十二兩

一率 四匹
二率 八兩
三率 十匹
四率 二十兩

八兩即馬四匹之價馬四匹價四十八兩則馬一匹價十二兩也

又法以駝六匹與馬十匹相減餘四匹為一率駝比馬每匹價多八兩為二率駝六匹為三率推得四率十二兩即馬每匹之價加多八兩得二十兩即駝每匹之價如以馬十匹為三率推得四率二十兩即駝每匹之價減多八兩餘十二兩即馬每匹之價也蓋駝共少四匹

與馬每匹價少八兩之比即同於駝共六匹與馬每匹價十二兩之比又馬共多四匹與駝每匹價多八兩之比即同於馬共十匹與駝每匹價二十兩之比也

設如有稻一十八石稷二十二石兩價相等如交換五石則兩邊俱差銀一兩六錢問每石價與共價各若干

法以交換五石為一率相差一兩六錢

一率　五石
二率　一兩六錢
三率　十八石
四率　五兩七錢六分

一率　四石
二率　五兩七錢六分
三率　一石
四率　一兩四錢四分

為二率稻一十八石為三率推得四率五兩七錢六分即稻一十八石共多之數又以稻一十八石與稷二十二石相減餘稷四石為一率稻一十八石共多五兩七錢六分為二率稷一石為三率推得四率一兩四錢四分即稷一石之價以稷二十二石乘之得三十一兩六錢八分即稷之共價亦即稻之共價以稻十八石除之得一兩七錢六分即稻

一石之價也如交換五石則一為稻十三石稷五石稻十三石價二十二兩八錢八分稷五石價七兩二錢相加得三十兩零八分比共價三十一兩六錢八分少一兩六錢一為稷十七石稻五石稷十七石價二十四兩四錢八分稻五石價八兩八錢相加得三十三兩二錢八分比共價三十一兩六錢八分則多一兩六錢是兩邊俱差一兩六錢也此

一率 五石
二率 一兩六錢
三率 十八石
四率 五兩七錢六分

一率 四石
二率 五兩七錢六分
三率 一石
四率 一兩四錢四分

法蓋因稻五石多一兩六錢則稻十八石共多五兩七錢六分也夫稻多五兩七錢六分稷多四石而其價相等則五兩七錢六分即稷四石之共價稷四石價五兩七錢六分則稷一石價必一兩四錢四分而稷二十二石價必三十一兩六錢八分與稻十八石之價相等故以十八除之得稻每一石之價也

設如有金球八銀球十二兩重相等今移換三則銀

球邊多六十兩問金球銀球各重幾何

一率 三箇
二率 三十兩
三率 八箇
四率 八十兩

一率 四箇
二率 八十兩
三率 一箇
四率 二十兩

法以移換之三為一率多六十兩折半得三十兩即三金球比三銀球所多之數為二率金球八為三率推得四率八十兩即金球八共多之數又以金球八與銀球十二相減餘銀球四為一率共多八十兩為二率銀球一為三率推得四率二十兩即銀球一之重數以十二乘之得二百四十兩即銀球十二之共重數亦即金球

一率　三箇
二率　三十兩
三率　八箇
四率　八十兩

一率　四箇
二率　八十兩
三率　一箇
四率　二十兩

八之共重數以金球八除之得三十兩即金球一之重數也此法蓋因移換三而差六十兩即三金球比三銀球多三十兩三銀球比三金球少三十兩其總差為六十兩故折半為三金球多於三銀球之重數也三金球多三十兩則八金球共多八十兩夫金球多八十兩銀球多四而其重相等則八十兩即四銀球之重數四銀球重八十兩則一銀球

重二十兩而十二銀球必重二百四十兩與八金球之重相等故以八除之即得金球之重數也

設如甲乙丙三人合本為商共得利銀四百兩乙比甲多分十二兩丙比乙又多分十六兩問各分利銀幾何

法以共利銀四百兩內減乙比甲多十二兩又減丙比甲多二十八兩（丙比乙多十六兩則比甲多二十八兩）餘三百六十兩乃以甲乙

一率　三人
二率　三百六十兩
三率　一人
四率　一百二十兩

丙共三人為一率三百六十兩為二率甲一人為三率推得四率一百二十兩即甲應得利銀數加十二兩得一百三十二兩為乙應得利銀數又加十六兩得一百四十八兩為丙應得利銀數也此法減去乙丙共多於甲之數所餘者即三人均分之數故以三人與三百六十兩之比即同於甲一人與一百二十兩之比也

設如有銀七百四十兩共買馬驢一百匹馬八十匹驢二十匹其馬每匹價比驢每匹價多三兩問馬驢每匹價各得幾何

法以馬驢共一百匹為一率馬每匹多三兩與馬八十匹相乘得二百四十兩於總銀內減之餘五百兩為二率驢一匹為三率推得四率五兩即驢一匹之價加馬每匹多三兩得八兩即馬一匹之價以馬價八兩乘馬八十匹得馬共

一率　一百匹
二率　五百兩
三率　一匹
四率　五兩

價六百四十兩以驢價五兩乘驢二十匹得驢共價一百兩也此法蓋因馬每匹多三兩則馬八十匹共多二百四十兩於總銀内減去馬共多之價則馬價皆同於驢價矣故以總數一百匹與銀五百兩之比即同於驢一匹與銀五兩之比也

一率　一百匹
二率　五百兩
三率　一匹
四率　五兩

設如有銀二千九百九十六兩二錢買上等田一百六十畝中等田三百畝下等田四百六十畝其上

等田比中等田每畝價多四錢七分中等田比下等田每畝價多一兩三錢五分問三等田每畝價銀幾何

一率	九百二十畝
二率	二千三百兩
三率	一畝
四率	二兩五錢

法以上中下三等田數相併得九百二十畝為一率將中等田三百畝用中等比下等每畝多一兩三錢五分乘之得四百零五兩為中等比下等共多之數又以上等田一百六十畝用上等比下等每畝多一兩八錢二分乘之上等比中等每

一率 九百二十畝

二率 二千三百兩

三率 一畝

四率 二兩五錢

畝多四錢七分中等比下等每畝多得一兩三錢五分共為一兩八錢二分二百九十一兩二錢為上等比下等共多之數爰併兩數共六百九十六兩二錢與總銀二千九百九十六兩二錢相減餘二千三百兩為二率下等田一畝為三率推得四率二兩五錢即下等田每一畝之價加多一兩三錢五分得三兩八錢五分即中等田每一畝之價再加多四錢七分得四兩三錢二分即上

一率　九百二十畝
二率　二千三百兩
三率　一畝
四率　二兩五錢

等田每一畝之價也此法蓋因中等田比下等田每畝多一兩三錢五分則三百畝共多四百零五兩上等田比下等田每畝多一兩八錢二分則一百六十畝共多二百九十一兩二錢於總銀內減去兩等共多之數則上等田價中等田價皆同於下等田價矣故以三等田共九百二十畝與銀二千三百兩之比即同於下等田每一畝與銀二兩五錢

之比也

設如二人行路疾徐不等疾行者日行九十五里徐行者日行七十五里今令徐行者先行八日問疾行者追及之日數幾何

法以徐行七十五里與疾行九十五里相減餘二十里為一率一日為二率徐行七十五里與先行八日相乘得六百里為三率推得四率三十日即追及之日數也此法蓋因徐行者先行八日以

一率	二十里
二率	一日
三率	六百里
四率	三十日

日行七十五里計之則已多行六百里

今疾行者日行九十五里則比徐行者每日多行二十里多二十里為一日追行之數多六百里則為三十日追行之數可知矣

設如二人自鄉上城一人步行一人騎馬使步行者先行三十七里騎馬者追至一百五十四里尚不及二十三里問追及之里數幾何

法以不及二十三里與先行三十七里

相減餘一十四里為一率追至一百五十四里為二率不及二十三里為三率推得四率二百五十三里即追及之里數也此法蓋因步行者已先行三十七里今騎馬者追之止不及二十三里是已追過十四里也追過十四里必須一百五十四里今尚不及二十三里則必須二百五十三里方能追及也

一率	一十四里
二率	一百五十四里
三率	二十三里
四率	二百五十三里

設如一人行路步行則三十日可到騎行則二十日

可到今行二十六日到問步行騎行日數各幾何

一率 十日
二率 三十日
三率 六日
四率 十八日

一率 十日
二率 二十日
三率 四日
四率 八日

法以三十日與二十日相減餘十日為一率步行三十日為二率今行二十六日與騎行二十日相較多六日為三率推得四率十八日為步行之日數與共二十六日相減餘八日即騎行之日數也如以十日為一率騎行二十日為二率今行二十六日與步行三十日相較少四日為三率推得四率八日即騎行

一率 十日
二率 三十日
三率 六日
四率 十八日

一率 十日
二率 二十日
三率 四日
四率 八日

之日數也此法蓋因步行三十日可到騎行二十日可到則步行比騎行遲十日即騎行比步行早十日也步行比騎行遲十日而步行為三十日今步行比騎行遲六日則步行為十八日可知矣騎行比步行早十日而騎行為二十日今騎行比步行早四日則騎行為八日可知矣

設如有上下二等酒上等酒每斤價銀五分下等酒

每斤價銀三分今以二等酒相合一處共重一百二十斤每斤價銀三分六釐問二等酒各幾何

法以上等酒價銀五分內減下等酒價銀三分餘二分為一率二等酒共一百二十斤為二率二等酒相合每斤價銀三分六釐與下等酒價銀三分相較得多六釐為三率推得四率三十六斤為上等酒數於二等酒共一百二十斤內減三十六斤餘八十四斤即下等酒數

一率　二分
二率　一百二十觔
三率　六釐
四率　三十六觔

也如以二等酒相合每斤價銀三分六釐與上等酒價銀五分相較得少一分四釐為三率則得四率八十四斤即下等酒數也此法上等酒價五分下等酒價三分是上等比下等多二分即下等比上等少二分也若二等酒相合價比下等酒價多二分則一百二十斤皆上等酒矣因二等酒相合價比下等價多六釐故知上等酒有三十六斤也又二

一率　二分
二率　一百二十觔
三率　一分四釐
四率　八十四觔

等酒相合價比上等酒價少二分則一百二十斤皆下等酒矣因二等酒相合價比上等價少一分四釐故知下等酒有八十四斤也

設如有布三百一十疋每疋長四十尺但知每疋扣運費二尺共扣去一十六疋復找回錢六百文問布每疋價錢幾何

法以每疋扣運費二尺與總布三百一十疋相乘得六百二十尺又以每疋長

四十尺與共扣布一十六疋相乘得六百四十尺兩數相減餘二十尺為一率找回錢六百文為二率每疋長四十尺為三率推得四率一千二百文即每一疋之價也此法葢以每疋扣運費二尺計之則總布三百一十疋當扣六百二十尺今仍抽去十六疋則扣去六百四十尺是多扣去二十尺也多扣去二十尺而找回錢六百文是六百錢即二十

一率　二十尺
二率　六百文
三率　四十尺
四率　一千二百文

尺之價二十尺價六百文則四十尺一尺之價必一千二百文也之數

設如有銀一千零八兩買線一分絲二分綿三分共重三百六十斤俱不言價但知綿二兩當線一兩之價線一兩當絲一兩六錢之價問三色各重若干三色每斤價銀若干

一率	六分
二率	三百六十觔
三率	一分
四率	六十觔

法以線一分絲二分綿三分相併得六分為一率共重三百六十斤為二率線一分為三率推得四率六十斤即線一

分之重數二因之得一百二十斤即絲二分之重數三因之得一百八十斤即綿三分之重數既得各色之重數即以線重六十斤為線之衰分綿二兩當線一兩之價即將綿一百八十斤二歸之得九十斤為綿之衰分絲一兩六錢當線一兩之價即將絲一百二十斤用一六除之得七十五斤為絲之衰分併三衰分共二百二十五斤為一率總銀一

一率　二百二十五觔
二率　一千零八兩
三率　一觔
四率　四兩四錢八分

千零八兩為二率線一斤為三率推得四率四兩四錢八分即線每斤之價二歸之得二兩二錢四分即綿每斤之價一六除之得二兩八錢即絲每斤之價也此法先求各色之重數以共分與共重數之比即同於線一分與線重數之比又以各分數因之即得各重數也次求各色之價數既以線重六十斤為線衰分則絲價與綿價必俱變為與線相

一率　二百二十五觔
二率　一千零八兩
三率　一觔
四率　四兩四錢八分

當之數而後可以為比例蓋綿二兩當線一兩之價則綿一百八十斤必當線九十斤之價故以九十為綿之衰分絲一兩六錢當線一兩之價則絲一百二十斤必當線七十五斤之價故以七十五為絲之衰分既得各衰分併之與總銀相比即同於線每斤與每斤之價相比也既得線每斤之價以二除之得綿每斤之價者綿價居線價二分之一也

既得線每斤之價又以一六除之得絲每斤之價者絲價居線價十六分之十也

設如李王二人合本生理不知二人本銀之數但知李本銀比王本銀多一倍零八兩共得利銀二十二兩李分十六兩王分六兩問二人各出本銀若干

法以王利銀六兩加一倍因李本銀比王本銀多一倍故加一倍也得十二兩與李利銀十六兩相

一率　四兩
二率　八兩
三率　六兩
四率　十二兩

減餘四兩為一率所零八兩為二率王之利銀六兩為三率推得四率十二兩即王之本銀數加一倍又加八兩共三十二兩為李之本銀數也蓋李之本銀比王之本銀多一倍又多八兩李之利銀比王之利銀多一倍又多四兩是四兩即為八兩所得之利銀數利銀四兩知本銀為八兩則王之利銀六兩即知其本銀為十二兩也

設如買緞一千疋不言出銀之數但知每疋賣價七兩二錢則比原出銀少十分之一問原出銀若干

法以分母十與分子一相減餘九分為一率以七兩二錢與一千疋相乘得七千二百兩為二率十分為三率推得四率八千兩即原出銀之數也此法蓋因每疋賣價七兩二錢比原出銀少十分之一則今賣價止得原出銀十分之九故以九分與今賣價之比即同於十分

一率　九分

二率　七千二百兩

三率　十分

四率　八千兩

與原出銀之比也

設如甲丙丁三人合本貿易丙之本銀為甲本銀五分之四丁之本銀為甲本銀三分之二丙之本銀比丁之本銀多十兩問三人本銀各若干

法以十五分為甲之衰數（兩分母相乘之數）取甲五分之四得十二分為丙之衰數取甲三分之二得十分為丁之衰數乃以丁十分與丙十二分相減餘二分為一率多十兩為二率甲十五分為三率推

一率　二分
二率　十兩
三率　十五分
四率　七十五兩

一率 二分
二率 十兩
三率 十二分
四率 六十兩

一率 二分
二率 十兩
三率 十分
四率 五十兩

得四率七十五兩為甲本銀數如以丙十二分為三率則得四率六十兩為丙本銀數如以丁十分為三率則得四率五十兩為丁本銀數以丁銀與丙銀相減餘十兩即丙多於丁之數也

設如有銀賞三等人一等八人二等六人三等九人二等每人所得為一等每人三分之二三等每人所得為二等每人四分之一二等比三等共多得三百兩問每等每人各得幾何

法以十二分為一等每人之衰數兩分母相乘之取十二分中之三分之二得八分為二等每人之衰數又取八分中之四分之一得二分為三等每人之衰數仍以一等十二分與一等八人相乘得九十六分為一等八人共衰數二等八分與二等六人相乘得四十八分為二等六人共衰數三等二分與三等九人相乘得十八分為三等九人共衰數仍以

一率　三十分
二率　三百兩
三率　十二分
四率　一百二十兩

一率　三十分
二率　三百兩
三率　八分
四率　八十兩

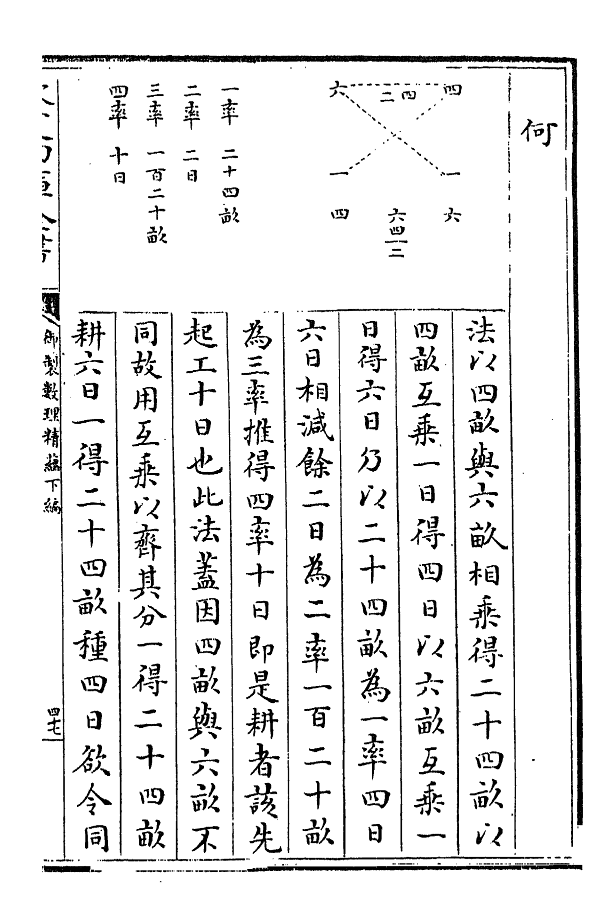
三等共衰十八分與二等共衰四十八分相減餘三十分為一率二等比三等共多得三百兩為二率一等每人衰數十二分為三率推得四率一百二十兩為一等每人所得之數以一等八人乘之得九百六十兩即一等八人所得之共數如以二等每人衰數八分為三率則得四率八十兩為二等每人所得之數以二等六人乘之得四百八十兩即

一率	三十分
二率	三百兩
三率	二分
四率	二十兩

二等六人所得之共數如以三等每人衰數二分為三率則得四率二十兩為三等每人所得之數以三等九人乘之得一百八十兩即三等九人所得之共數以二等共得四百八十兩與三等共得一百八十兩相減餘三百兩即二等共多於三等之銀數也

設如有田一百二十畝一人一日耕四畝一人一日種六畝欲令二人同日完工問耕者該先起工幾

何



一率　二十四畝

二率　二日

三率　一百二十畝

四率　十日

法以四畝與六畝相乘得二十四畝以四畝互乘一日得四日以六畝互乘一日得六日仍以二十四畝為一率四日六日相減餘二日為二率一百二十畝為三率推得四率十日即是耕者該先起工十日也此法蓋因四畝與六畝不同故用互乘以齊其分一得二十四畝耕六日一得二十四畝種四日欲令同

日完工則耕者當先起工二日然則田
二十四畝當先起工二日今田一百二
十畝則當先起工十日也

御製數理精蘊下編卷六